

**Задачі на обласний математичний турнір
імені князя Юзефа Пузини**

Задача 1.

У Віні-Пуха та П'ятачка в кишенях однакова кількість монет. Скільки монет П'ятачок повинен дати Віні-Пуху, щоб в нього стало на 4 монети більше ?

Задача 2.

На заміщення посади радника одного східного володаря претендували чотири мудреці. Щоб зробити остаточний вибір, претендентів перевірили на кмітливість. Усім чотирьом зав'язали очі і, посадивши навколо столу, сказали: «На лобі кожного з вас поставили чорну або білу мітку, причому чорних більше, ніж білих». Потім у претендентів зняли пов'язки і кожен зміг побачити мітки, зроблені іншим. Той, хто визначить колір мітки на власному лобі, мав стати радником. Довго дивилися претенденти один на одного. Нарешті один сказав: «У мене на лобі чорна мітка». Відповідь виявилася правильною. Як він міркував?

Задача 3.

Половина моїх грошей та ще половина цієї половини, та ще 4 грн. – от і всі мої гроші. Скільки в мене грошей?

Задача 4.

Ліфт може перевозити одночасно або 12 дорослих, або 20 дітей. Скільки дітей можуть їхати в ліфті одночасно з дев'ятьма дорослими?

Задача 5.

Розшифруйте числовий ребус , де однаковими буквами позначені однакові цифри, а різними – різні.

$$\mathbf{AAAA - BBB + CC - D = 1234}$$

Задача 6.

Знайти найменший кут при двох паралельних прямих і січній, якщо різниця внутрішніх односторонніх кутів відноситься до їх суми як 3 : 4.

Задача 7.

Автомобіль проїхав відстань між двома містами зі швидкістю 60 км/год. Та повернувся назад зі швидкістю 40 км/год. Знайти середню швидкість автомобіля.

Задача 8.

Розв'язати рівняння :

$$\frac{x-2016}{x-2017} = \frac{x-2017}{x-2016} ; \quad x \neq 2017 ; 2016$$

Задача 9.

7 дорослих та 8 дітей вирушили на човнах у подорож. В одному човні можна розмістити 3 людини і, принаймні, один з них повинен бути дорослим. Яка найменша кількість човнів для цього знадобиться?

Задача 10.

Михайло знає, що до нього прийде на вечірку 14 або 16 друзів. Яку найменшу кількість цукерок має купити Михайло, щоб кожен друг, що прийде на вечірку, отримав однакову кількість цукерок?

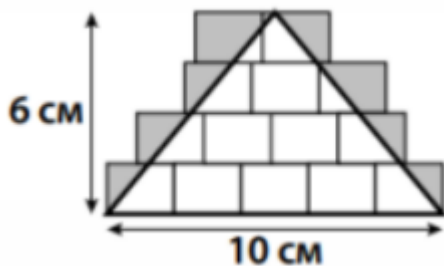
Задача 11.

Годинник Андрія відстає на 10 хвилин, але він вважає, що годинник поспішає на 5 хвилин. Годинник Михайла поспішає на 5 хвилин, але він вважає, що годинник відстає на 10 хвилин. Хлопці одночасно дивляться на свої годинники. Андрій думає, що зараз 12:00. Котра зараз година на

думку Михайла?

Задача 12.

На підлозі намальовано кілька однакових прямокутників. На них зобразили трикутник з основою 10 см і висотою 6 см, як це показано на малюнку, а область всередині прямокутників і за межами трикутника зафарбували у сірий колір. Чому дорівнює площа зафарбованої частини?



Задача 13.

Є 242 монети, серед яких одна фальшива і легша за інші, а усі інші – справжні. За скільки зважувань на терезах без важків з двома чашами можна визначити фальшиву монету?

Задача 14.

Двоє гравців по черзі виписують послідовно числа *1, *2, *3, ..., ставлячи замість зірочок знаки «+» або «-» на власний вибір. Гравець вважається переможцем, якщо після його ходу у виписаному рядочку знайдуться кілька послідовно розташованих чисел, сума яких ділиться на 2000. Чи може хтось із гравців забезпечити собі перемогу, і якщо так, то хто саме: перший чи другий?

Задача 15.

Про деяке двоцифрове число зроблені наступні твердження. «Це число або закінчується на 5, або

ділиться на 7». «Це число або більше 20, або закінчується на 9». «Це число або ділиться на 12, або менше 21». Знайдіть всі двоцифрові числа, які задовольняють умові задачі.

Задача 16.

Знайдіть значення дробу $\frac{У \cdot К \cdot Р \cdot А \cdot Ї \cdot Н \cdot А}{Є \cdot В \cdot Р \cdot О \cdot П \cdot А}$, де різні букви – це різні цифри, між буквами стоїть знак множення.

Задача 17.

Якою цифрою закінчується число: $4071^2 + 8022^3$? Відповідь обґрунтуйте.

Задача 18.

У Миколи було 130 горіхів. Він розділив їх на дві частини так, що менша частина, збільшена в чотири рази дорівнювала більшій частині, зменшеній у 3 рази. Як розділив горіхи Микола?

Задача 19.

Микола з сином і Петро з сином були на рибалці. Микола спіймав стільки ж риби, скільки і його син, а Петро – втричі більше, ніж його син. Всього було спіймано 25 риби. Як звати сина Петра.

Задача 20.

У трикутнику ABC , $AB = AC$, на стороні AC взято точку E і на стороні BC взято точку D так, що $AE = AD$ і $\angle BAD = 30^\circ$. Яка градусна міра кута $\angle CDE$?

Задача 21.

На математичній олімпіаді учасникам було запропоновано 10 задач. За кожну правильно розв'язану задачу нараховували 5 балів, а за кожну нерозв'язану чи розв'язану невірно – знімали 3 бали. Один учасник отримав 34 бали. Скільки задач він розв'язав правильно?

Задача 22.

Старший брат йде від дому до школи 12 хвилин, а молодший – 16 хвилин. Скільки хвилин потрібно старшому брату, щоб наздогнати молодшого, якщо той вийшов на одну хвилину раніше?

Задача 23.

Для нумерації сторінок задачника знадобилося 1224 цифри. Скільки сторінок у книзі? Нумерація починається з першої сторінки.

Задача 24.

У трикутнику ABC $AC = 1$ см, $AB = 2$ см, O — точка перетину бісектрис. Відрізок, який проходить через точку O і є паралельним до сторони BC , перетинає сторони AC і AB у точках K та M відповідно. Знайдіть периметр трикутника AKM .

Задача 25.

Як відміряти 15 хвилин, маючи під рукою семи- й одинадцяти хвилинні пісочні годинники?

Задача 26.

На заміщення посади радника одного східного володаря претендували чотири мудреці. Щоб зробити остаточний вибір, претендентів перевірили на кмітливість. Усім чотирьом зав'язали очі і, посадивши навколо столу, сказали: «На лобі кожного з вас поставили чорну або білу мітку, причому

чорних більше, ніж білих». Потім у претендентів зняли пов'язки і кожен зміг побачити мітки, зроблені іншим. Той, хто визначить колір мітки на власному лобі, мав стати радником. Довго дивилися претенденти один на одного. Нарешті один сказав: «У мене на лобі чорна мітка». Відповідь виявилася правильною. Як він міркував?

Задача 27.

Микола, Борис, Володимир і Юрій посіли перші 4 місця в змаганні, причому жодне місце не поділялось між декількома хлопцями. На питання, які місця вони посіли, троє відповіли:

- 1) Микола – не перше і не останнє;
- 2) Борис – друге;
- 3) Володимир - не був останнім.

Які місця посіли хлопчики?

Задача 28.

Одна швейцарська громада нараховує 50 членів. Рідна мова всіх 50 членів громади – німецька, але 20 з них говорять ще й італійською, 35 з них володіють французькою і 10 не знають ні італійської, ні французької. Скільки членів громади говорять і французькою й італійською?